Quanti Übungsaufgaben - Handout

Quanti Handout

1. Antwort C
   Antwort C ist korrekt.
   Wichtig ist, dass die Ergebnisse in kJ pro Minute angegeben sind und es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handelt. Nach Umrechnen entsprechend in Formel für direkte Proportionalität einsetzen: 15 kJ/min : 0,5 l/min = x : 3 l/min. Auflösen nach x ergibt die produzierte Energie von 90 kJ/min.

2. Antwort B
   Antwort B ist korrekt.
   Schritt 1
   Anzahl der Tage, bis die Mutterpflanze doppelt so groß ist: x
   Schritt 2
   Größe der Mutterpflanze zum Zeitpunkt der Verdopplung: 43 + x
   Größe des Sprösslings zum Zeitpunkt der Verdopplung: 16 + x
   Schritt 3
   (43 + x) = 2 · (16 + x)
   43 + x = 32 + 2x
   x = 11

3. Antwort C
   Antwort C ist korrekt.
   1) Bestimmung des Blutvolumens: Die Masse des Blutes sind $\frac{1}{13} \cdot 80\,\mathrm{kg} = \frac{80}{13} \approx 6\,\mathrm{kg}$. Es sind also ungefähr $6\,\mathrm{l}$ Blut.
   $6\,\mathrm{l} = 6 \cdot 10^3\,\mathrm{ml} = 6000\,\mathrm{ml}$
   In einem Milliliter Blut befinden sich $5 \cdot 10^9$ Erythrozyten
   2) Gesamtzahl Erythrozyten: $6 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^9 = 30 \cdot 10^{12}$
   3) Verhältnis Erythrozyten zu Leukozyten:
   $\frac{\text{Leukozyten}}{\text{Erythrozyten}} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \text{Leukozyten} = \frac{1}{1000} \cdot \text{Erythrozyten}$
   4) Gesamtzahl Leukozyten: $\frac{1}{1000} \cdot 30 \cdot 10^{12} = 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{12} = 30 \cdot 10^9$
   5) 30% aller Leukozyten sind Lymphozyten : $30\% \cdot 30 \cdot 10^9 = 0{,}3 \cdot 30 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^9$
   Schnellere Lösung:
   1) $\frac{80}{13} \approx 6$
   2) $5 \cdot 10^9$ Erythrozyten/ml = $5 \cdot 10^9$ Leukozyten/l wegen des Verhältnisses 1:1000
   3) $5 \cdot 10^9 \cdot 6 = 30 \cdot 10^9 \Rightarrow$ 30 % davon sind $9 \cdot 10^9$

4. Antwort D

Antwort D ist korrekt.

Lösungsweg:

Formel der Tracer-Methode zur Erinnerung: Durchfluss pro Zeiteinheit Ω = Volumen V des aufgenommenen Stoffes geteilt durch die Konzentrationsdifferenz des Stoffes vor und nachher. Hier muss also die Differenz bestimmt werden (3 mmol Glucose pro Liter Blut) und dann einfach die 9 mmol aufgenommene Glucose pro Minute durch 3 mmol geteilt werden. Es ergeben sich 3 l Blut, die pro Minute durch die Darmgefäße strömen.

Alternativer Lösungsweg:

Ohne Vorwissen lässt sich die Aufgabe mit einer Einheitenanalyse lösen:

Gegebene Größe	**Einheit**
Glucosekonzentration davor	mmol/l
Glucosekonzentration danach	mmol/l
Glucoseaufnahme	mmol/min

Gesucht ist:

Gesuchte Größe	**Einheit**
Blutfluss	l/min

Um aus den Einheiten der gegebenen Größen die Einheit der gesuchten zu erhalten, müssen sich die mmol herauskürzen. Da diese Einheit bei den gegebenen Größen jeweils im Zähler steht, muss also eine durch die andere geteilt werden. Da min im Nenner stehen bleiben soll und l in den Zähler kommen, muss $\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{min}} : \frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}}$ gerechnet werden und nicht andersherum. Also muss die Glucoseaufnahme durch die Glucosekonzentration geteilt werden.

Durch welche der Glucosekonzentrationen? Hier muss die Situation verstanden werden. Da die Aufnahme von Glucose im Darm den Unterschied zwischen der Konzentration davor und der danach ausmacht, geht es nicht um eine der beiden, sondern um ihre Differenz.

Also:

$$\mathrm{Blutfluss} = \mathrm{Glucoseaufnahme} : (\mathrm{Glucose\ danach} - \mathrm{Glucose\ davor})$$
$$= 9\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{min}} : (6\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}} - 3\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}}) = 9\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{min}} : 3\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}} = 3\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}$$

5. Antwort D

Der Proportionalitätsfaktor des Zusammenhangs ist $k \cdot m$. Es gilt also entweder $a = k \cdot m \cdot F_z$ oder $a \cdot k \cdot m = F_z$.

Da m indirekt proportional zu a sein muss, müssen a und m auf derselben Seite des Gleichheitszeichens stehen. Es gilt somit: $a \cdot k \cdot m = F_z$

Umstellen nach *k*:

$[k] = \frac{F_z}{a \cdot m}$

Einsetzen der Einheiten:

$[k] = \frac{\mathrm{N}}{\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \mathrm{kg}} = 1$

Da die Einheiten sich vollständig kürzen lassen, hat die Konstante *k* keine Einheit, sie hat die Dimension Zahl.

6. Antwort D

Antwort D ist richtig.

Es ist sinnvoll, hier die Arbeitsminuten nachzuverfolgen, die geleistet werden.

Insgesamt werden $5 \cdot 120\,\mathrm{min} = 600\,\mathrm{min}$ für alle Blutentnahmen benötigt.

In den ersten 20 min sind noch alle anwesend $\Rightarrow$ $5 \cdot 20\,\mathrm{min} = 100\,\mathrm{min}$ der $600\,\mathrm{min}$ sind „abgearbeitet“ $\Rightarrow$ bis alle Blutentnahmen durchgeführt sind, bleiben also noch $500\,\mathrm{min}$ übrig

Die nächsten $60\,\mathrm{min}$ sind noch drei Studierende da, die die Blutentnahmen durchführen $\Rightarrow$

$3 \cdot 60\,\mathrm{min} = 180\,\mathrm{min}$ werden „abgearbeitet“ $\Rightarrow$ es bleiben noch \mathm{500\,min - 180\,min = 320\,min}bis zum Ende der Blutentnahmen

Die restliche Zeit wird nun auf zwei Studierende aufgeteilt, das sind für jeden $\frac{320}{2} = 160\,\mathrm{min}$

Insgesamt haben die zwei übrig gebliebenen Studierenden jeweils also

$20\,\mathrm{min} + 60\,\mathrm{min} + 160\,\mathrm{min} = 240\,\mathrm{min}$ gebraucht, um alle Blutentnahmen durchzuführen.

7. Antwort D

Antwort D ist richtig.

1) Aufstellen der ersten Gleichung zur Berechnung der Kraft: $F = m \cdot a$

2) Aufstellen der zweiten Gleichung:

Indirekte Proportionalität: $x \cdot y = k \;\; \rightarrow \;\; t \cdot a = v \;\; \rightarrow$

Umstellen der Gleichung nach $a \;\; \rightarrow \;\; a = \dfrac{v}{t}$

3) Einsetzen der zweiten Gleichung in die erste: $F = m \cdot \dfrac{v}{t}$

$$m_{neu} = 2 \cdot m$$

$$t_{neu} = \frac{1}{2} \cdot t$$

4) Einsetzen der neuen Werte in die Formel

$$F_{neu} = 2m \cdot \frac{v}{\frac{1}{2}t} = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{m \cdot v}{t} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{m \cdot v}{t} = 4 \cdot F$$

Schneller Weg:

1) $F = m \cdot a- > m \cdot 2 = F \cdot 2$

2) $a \propto \frac{1}{t} \;\rightarrow$ wenn t auf $\frac{1}{2}$ sinkt dann verdoppelt sich $a \;\; \rightarrow \;\; F \cdot 2 \;\; \rightarrow$ insgesamt $F \cdot 4$

Hinweis:

Die Aufgabe ist im gedruckten Kurs-Handout leider fehlerhaft. Die richtige Antwort lautet hier 4! In der kommenden Aktualisierung werden wir dies korrigieren.

8. Antwort A

Antwort A ist richtig.

Kultur A

Zeit	0	
Anzahl	$2 \cdot 10^{18}$	$4 \cdot 10^{18}$

Kultur A

Zeit	0	40	80	120	160	200	240	280	320
Anzahl	$2 \cdot 10^{18}$	$4 \cdot 10^{18}$	$8 \cdot 10^{18}$	$16 \cdot 10^{18}$	$32 \cdot 10^{18}$	$64 \cdot 10^{18}$	$128 \cdot 10^{18}$	$256 \cdot 10^{18}$	$512 \cdot 10^{18}$

Kultur B

Zeit	240	250	260	270	280	290	300	310	320
Anzahl	$2{,}6 \cdot 10^{18}$	$5{,}2 \cdot 10^{18}$	$10{,}4 \cdot 10^{18}$	$20{,}8 \cdot 10^{18}$	$41{,}6 \cdot 10^{18}$	$83{,}2 \cdot 10^{18}$	$166{,}4 \cdot 10^{18}$	$332{,}8 \cdot 10^{18}$	$665{,}6 \cdot 10^{18}$

Nach 4h werden 2% entnommen -> 4h = 240 min

$0,02 \cdot 128 \cdot 10^{18} = 0,02 \cdot 1280 \cdot 10^{17} = 2 \cdot 12,8 \cdot 10^{17} \approx 2 \cdot 13 \cdot 10^{17} = 2,6 \cdot 12^{18}$

(Hinweis: mit schriftlicher Multiplikation lassen sich $0,02 \cdot 128 = 2,56 \approx 2,6$ auch mit deutlich weniger Rechenschritten und schneller errechnen 😉)

(2: Mit 2,5 zu rechnen ist sogar noch leichter.)

9. Antwort C

Antwort C ist richtig.

Aufstellen der Formel

$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Zu A: Falsch. Umstellen nach G ergibt: $G = F_G \cdot \frac{r^2}{m_1 \cdot m_2} \Rightarrow \; [G] = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2 \cdot \text{kg}}$

Zu B: Falsch. Wird der Abstand verdoppelt, so wird F_G auf ¼ des Ausgangswertes reduziert ($\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$)

Zu C: Richtig. Eine Steigerung um 300 % bedeutet, dass F_G auf 400 % des Ausgangswertes steigt, also auf das Vierfache: $\frac{1}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

Zu D: Falsch: Wenn sowohl m_1 als auch m_2 verdoppelt werden, wird F_G vervierfacht

Zu E: Falsch: $F_G \propto \frac{1}{r^2}$ $\Rightarrow$ indirekte Proportionalität $\Rightarrow$ Produktgleichheit $\Rightarrow$ also bleibt das Produkt aus F_G und r^2 immer konstant

Hinweis: Die Formel $r^2 \cdot F_G = G \cdot m_1 \cdot m_2$ ginge auch.

10. Antwort A

Antwort A ist richtig.

Risiko bei Normalgewicht: 50 %

Risiko bei Adipositas: 75 %

$50\,\% \cdot x = 75\,\%$

$x = 75\,\% : 50\,\% = \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

11. Antwort B

Antwort B ist richtig.

1) Umrechnung mmol/l in mg/dl:

$36\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} = 2\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}} \quad \Rightarrow \quad 18\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} = 1\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}} \quad \Rightarrow \quad 180\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} = 10\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{l}}$

2) Berechnung der benötigten IE, um den Ausgangs-Blutzucker zu senken:

$180\frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{dl}} - 120\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} = 60\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} \quad \Rightarrow \quad 60\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} : 30\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{dl}} = 2 \quad \Rightarrow$ gebraucht werden 2 IE Insulin

3) Berechnung der zusätzlichen IE durch die eingenommene Mahlzeit:

Kohlenhydratgehalt der Mahlzeit : Nudeln : 0,1 kg = 100 g

-> 70g Kohlenhydrate ; Tomatensauce : 0,4 · 7 g = 2,8 g

-> Insgesamt also 72,8 g Kohlenhydrate

Umrechnung in BE: $\frac{72{,}8\,\mathrm{g}}{12\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{BE}}} \approx 6\,\mathrm{BE}$

$\frac{3}{2}$ IE pro 1 BE $\Rightarrow$ 6 · $\frac{3}{2}$ IE für 6 BE

4) Insgesamt müssen dem Patienten also 2 + 9 = 11 IE verabreicht werden.

12. Antwort D

Antwort D ist korrekt.

30 Halbwertszeiten Co-60: 30 · 5 Jahre = 150 Jahre

150 Jahre = 5 Halbwertszeiten von Cä-137

Zeitpunkt - Stoffmenge vom Cä-137

0 - 100 %

30 - 50 %

60 - 25 %

90 - 12,5 %

120 - 6,25 %

150 - 3,125 %

Nach 5 Halbwertszeiten sind noch 3,125 % des Cäsium-Isotops vorhanden. Es sind also etwas weniger als 97 %, aber mehr als 95 % zerfallen.

13. Antwort B

Antwort B ist richtig.

1)

Berechnung der an Hämoglobin gebundenen Eisenmenge: 0,7 · 4 g = 2,8 g

Dazugehörige Hb-Konzentration: 140 g/l

2)

Halbieren:

140 $\frac{g}{l}$ ≙ 2,8 g I:2

70 $\frac{g}{l}$ ≙ 1,4 g

Es fehlen 2,8 g – 1,4 g = 1,4 g vom Gesamthämoglobin.

3)

Anteil errechnen:

1,4 g : 4 g = 0,35 = 35 %

Alternativer Lösungsweg:

Da der Grundwert der Prozentangaben immer derselbe ist (normale Gesamtmasse des Eisens im Körper), können die Prozentzahlen direkt verrechnet werden.

Die Frau hat halb so viel Hämoglobin wie üblich (70 $\frac{g}{l}$ = $\frac{1}{2}$ · 140 $\frac{g}{l}$), also fehlt ihr die Hälfte des am Hämoglobin gebundenen Eisens.

Die Hälfte von 70 % sind 35 %.

14. Antwort B

Antwort B ist richtig.

Es ist bekannt, dass 200 ml einer 1:4-Mischung benötigt werden. Eine 1:4-Mischung bedeutet, dass 1 von 5 Teilen Ethanol und 4 von 5 Teilen Wasser enthalten sind. Entsprechend ergibt sich die Menge an Ethanol in der benötigten Mischung:

$\frac{200\,\mathrm{ml}}{5} = 40\,\mathrm{ml}$

M1 liegt im Verhältnis 1:2 vor und es werden 60 ml verwendet. Die darin enthaltene Menge an Ethanol beträgt:

$\frac{60\,\mathrm{ml}}{3} = 20\,\mathrm{ml}$

Von M2 müssen also 200 ml – 60 ml = 140 ml verwendet werden, in denen 40 ml – 20 ml = 20 ml Ethanol enthalten sein müssen. Entsprechend kann man rechnen:

$\frac{140\,\mathrm{ml}}{20\,\mathrm{ml}} = 7$

Ethanol macht also 1 von 7 Teilen aus, sprich M2 liegt als 1:6-Mischung vor.

Alternativer Lösungsweg:

Alternativ lässt sich die Lösung der Aufgabe auch als Gleichung formulieren. Dazu bezeichne x den Anteil von Ethanol in M2 :

$$\frac{1}{3} \cdot 60\,\mathrm{ml} + x \cdot 140\,\mathrm{ml} = \frac{1}{5} \cdot 200\,\mathrm{ml}$$

$$20\,\mathrm{ml} + x \cdot 140\,\mathrm{ml} = 40\,\mathrm{ml} \qquad |\,- 20\,\mathrm{ml}$$

$$x \cdot 140\,\mathrm{ml} = 20\,\mathrm{ml} \qquad |\,: 140\,\mathrm{ml}$$

$$x = \frac{20\mathrm{ml}}{140\mathrm{ml}} = \frac{1}{7}$$